

LE MATRICI: IL DETERMINANTE

Ad ogni matrice quadrata A di ordine n risulta sempre possibile associare un numero reale che chiameremo ***determinante*** di A

$$A_n \longrightarrow \det A = |A|$$

DETERMINANTI DEL PRIMO ORDINE

$$n = 1$$

$$A_1 = (a_{11}) \quad \longrightarrow \quad \det A_1 = |A_1| = a_{11}$$

$$A_1 = (2) \quad \longrightarrow \quad \det A_1 = |A_1| = 2$$

DETERMINANTI DEL SECONDO ORDINE

$$n = 2$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \longrightarrow \det A_2 = |A_2| = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \longrightarrow \det A_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = (1)(-1) - (1)(3) = -1 - 3 = -4$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \det A_2 = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = (4)(0) - (1)(3) = 0 - 3 = -3$$

DETERMINANTI DEL TERZO ORDINE

$$n = 3$$

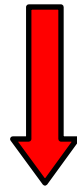
$$A_3 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$



$$\det A_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{21}a_{33})$$

Regola pratica!

Per calcolare il determinante di una matrice quadrata **A** di ordine 3 basta riscrivere, accanto alla matrice **A** , le sue prime due colonne, sommare tra di loro i prodotti degli elementi situati sulle diagonali principali ed infine sottrarre a questi la somma di tutti i prodotti degli elementi situati sulle diagonali secondarie



METODO DI SARRUS

Esempio 1

$$\mathbf{A}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 4 \\ 6 & 8 & 3 \end{pmatrix}$$



$$\det \mathbf{A}_3 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 4 \\ 6 & 8 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 1 & 3 \\ 2 & 7 & 4 & 2 & 7 \\ 6 & 8 & 3 & 6 & 8 \end{vmatrix}$$

$$= (1)(7)(3) + (3)(4)(6) + (5)(2)(8) - [(5)(7)(6) + (1)(4)(8) + (3)(2)(3)] =$$

$$= 21 + 72 + 80 - (210 + 32 + 18) = 173 - 260 = -87$$

Esempio 2

$$A_3 = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -5 & 4 & 2 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}$$



$$\det A_3 = \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -5 & 4 & 2 \\ 3 & -7 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 3 & 2 \\ -5 & 4 & 2 & -5 & 4 \\ 3 & -7 & 5 & 3 & -7 \end{vmatrix} =$$

$$= (3)(4)(5) + (2)(2)(3) + (-1)(-5)(-7) - [(-1)(4)(3) + (3)(2)(-7) + (2)(-5)(5)] =$$

$$= 60 + 12 - 35 - (-12 - 42 - 50) = 37 - (-104) = +141$$